CONCOURS INTERNE D'INGENIEUR SUBDIVISIONNAIRE
JANVIER-FEVRIER 1995
PHYSIQUE APPLIQUEE

Durée : 3 heures

Barème :

RDM	8	points
Hydraulique	2	points
Dynamique	5	points
Energétique / Electricité	5	points

PARTIE DYNAMIQUE : Simulation d'un plongeon

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1) A l'instant t = 0, un plongeur s'élance du tremplin du plongeoir avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle φ_0 avec l'horizontale (figure 4). Dans un but de simplification, on concentrera toute la masse du plongeur en son centre de gravité dont on étudiera le mouvement. On négligera la résistance de l'air. On adoptera le système d'axes représenté sur la figure 4. A l'instant initial, le centre de gravité du plongeur est en D tel que OD = H.
La profondeur d'eau est supposée constante et égale à h.

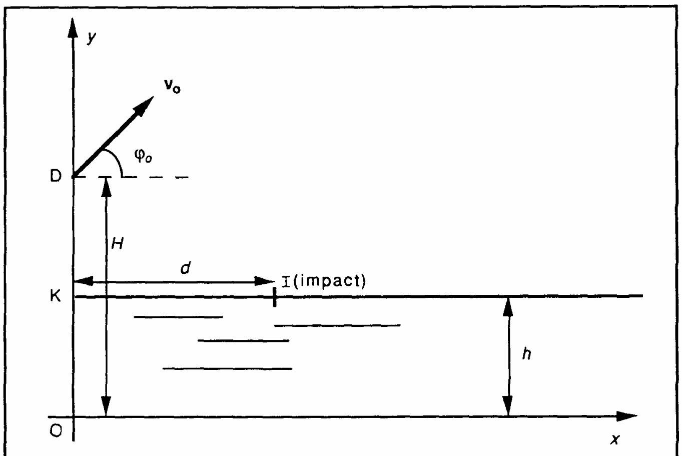


figure 4

1-a) Déterminer les expressions des coordonnées x(t) et y(t) du centre de gravité du plongeur en fonction du temps t durant sa trajectoire dans l'air. On ne fera figurer dans les expressions que les paramètres :
v_{0X} : composante horizontale de v_0 ; φ_0 : angle de v_0 avec l'horizontale ; H : hauteur initiale ; g : accélération de la pesanteur.
1-b) En déduire l'équation de la trajectoire du centre de gravité du plongeur avant immersion.
1-c) Exprimer, puis calculer numériquement, la distance d = KI en fonction de :
H = 6 m ; h =3m ; v_{0X} = 2,71 m.s^{-1} ; φ_0 = 45° ; g = 9,81 m.s^{-2}.
1-d) Calculer les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{w}_I$ du centre de gravité du plongeur lors de son impact avec l'eau.

2) En réalité, compte tenu d'effets négligés précédemment, le plongeur, toujours assimilé à son centre de gravité, entre dans l'eau avec une vitesse $\vec{w}_I$ de composantes :
w_{IX} = 2,6 m.s^{-1} ; w_{IY} = - 8,0 m.s^{-1}.
La densité du plongeur est égale à 1. Dans l'eau, il est soumis à une force de frottement dirigée suivant la direction de la vitesse, mais en sens contraire, et dont l'intensité constante a pour valeur k = 13,5.M (M étant la masse du plongeur) et s'annule avec la vitesse.
2-a) Déterminer la nature de la trajectoire du centre de gravité du plongeur dans l'eau.
2-b) Calculer la profondeur maximale atteinte à partir de la surface.

PARTIE ENERGETIQUE et ELECTRICITE : Maintien en température de l'eau

Les 5 questions sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.
Le bassin de forme parallélépipédique a pour dimensions: longueur 25 m, largeur 12 m, profondeur d'eau 3 m.

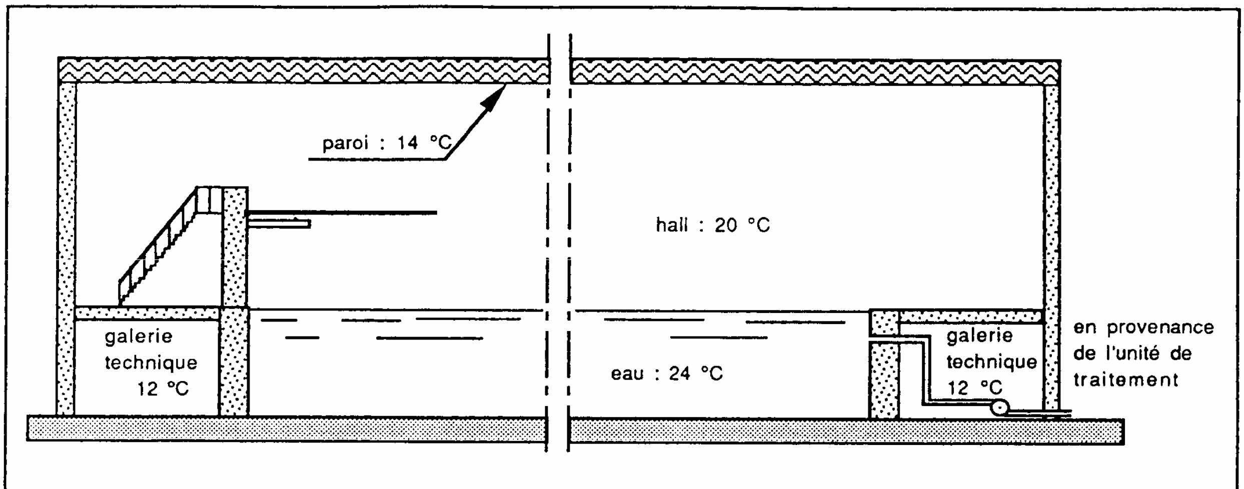


figure 6

1) Mise en température du bain
La température initiale de l'eau est de 14 °C. Une chaudière de puissance calorifique 200 kilowatts permet de chauffer cette eau. Quelle durée de fonctionnement faut-il prévoir pour que la température de l'eau atteigne 24°C, en négligeant toutes les pertes ?

2) Consommation de la chaudière
Si la chaudière consomme du fioul, quelle est la consommation de combustible (en litres) en 24 heures, dans le cas d'un fonctionnement continu et d'un rendement égal à 0,80.

3) Maintien de la température
On suppose que la température de 24°C est atteinte et on tient compte à présent des pertes thermiques de l'eau de la piscine que l'on peut détailler en :
- pertes par conduction à travers les parois latérales du bassin vers la galerie technique entourant complètement la piscine et dont la température est de l2°C (coefficient d'échange thermique surfacique : K = 3,5 $W.m^{-2}.°C^{-1}$).
On négligera les pertes par conduction par le fond.
- pertes par convection à la surface de l'eau vers l'air ambiant du hall dont la température est maintenue à 20°C (coefficient d'échange convectif : h_{CV} = 3 $W.m^{-2}.°C^{-1}$)
- pertes par rayonnement de la surface de l'eau vers les parois du bâtiment qui abrite la piscine et dont la température moyenne est de 14°C (coefficient d'échange radiatif: h_R = 5,5 $W.m^{-2}.°C^{-1}$).
On ne prendra en compte que les échanges entre la surface de l'eau du bassin et celle du plafond qui lui fait vis-à-vis.
Quelle puissance doit fournir la chaudière pour maintenir la température de l'eau à 24°C ?

4) Pertes par évaporation
Si on tient compte de l'évaporation, quelle est la puissance supplémentaire que doit fournir la chaudière pour maintenir la température à 24°C ? On estimera que la perte d'eau par évaporation est de 0,11 kilogramme par heure et par mètre carré de surface libre du bassin.

5) Alimentation électrique de la chaudière
Si la chaudière est électrique, de puissance 200 kW, de rendement égal à 1 et alimentée en triphasé 220-380 V, avec un montage étoile sans neutre,
a) Calculer les valeurs des résistances nécessaires et dessiner leur branchement.
b) Si une des résistances est coupée, quelle nouvelle puissance électrique débitera la chaudière ?

Données capacité calorifique massique de l'eau : $4\,180\ J.kg^{-1}.°C^{-1}$
chaleur latente massique de vaporisation de l'eau à 24°C : $l_v = 2{,}44.10^6\ J.kg^{-1}$
masse volumique du fioul : $\mu = 833\ kg.m^{-3}$
pouvoir calorifique du fioul : $K_m = 42\ .10^6\ J.kg^{-1}$

CORRECTION :

PARTIE DYNAMIQUE

1 - a) système étudié : G, centre de gravité du plongeur de masse M.
référentiel d'étude : réf. lié à la piscine (terrestre) supposé galiléen
bilan des forces : poids $\vec{P} = M\vec{g}$
Relation fondamentale de la dynamique du point : $M\vec{a} = \Sigma\vec{F}$
$\Rightarrow M\vec{a} = M\vec{g}$ d'où $\vec{a} = \vec{g} \begin{vmatrix} 0 \\ -g \end{vmatrix}$ $\Rightarrow \vec{v} \begin{vmatrix} v_{0x} \\ -gt + v_{0y} = -gt + v_{0x}\tan\varphi_0 \end{vmatrix}$

$$\Rightarrow \vec{OG} \boxed{\begin{cases} x(t) = v_{0x}\,t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g t^2 + v_{0x}\tan\varphi_0\, t + H \end{cases}}$$

1 - b) $t = \frac{x}{v_{0x}}$ d'où $y(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_{0x}^2} + v_{0x}\tan\varphi_0 \frac{x}{v_{0x}} + H$

$$\boxed{y(x) = -\frac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \tan\varphi_0 \cdot x + H}$$

1 - c) On cherche d, valeur de x pour $y = h$

$-\frac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \tan\varphi_0\, x + H - h = 0 \Rightarrow -gx^2 + 2v_{0x}^2\tan\varphi_0\, x + 2v_{0x}^2(H-h) = 0$

$\Delta' = (v_{0x}^2\tan\varphi_0)^2 + 2g\,v_{0x}^2(H-h) = v_{0x}^2\left[(v_{0x}\tan\varphi_0)^2 + 2g(H-h)\right]$

$x = -\frac{1}{g}\left(-v_{0x}^2\tan\varphi_0 \pm v_{0x}\sqrt{(v_{0x}\tan\varphi_0)^2 + 2g(H-h)}\right)$

$d > 0$ donc $\boxed{d = \frac{v_{0x}}{g}\left(v_{0x}\tan\varphi_0 + \sqrt{(v_{0x}\tan\varphi_0)^2 + 2g(H-h)}\right)}$

A.N. $\boxed{d = 3{,}00 \text{ m}}$ (2,996357)

1 - d) $\vec{v}$ pour $x = d$? On a $\vec{v} \begin{vmatrix} v_{0x} \\ -gt + v_{0x}\tan\varphi_0 \end{vmatrix}$ et $t = \frac{x}{v_{0x}}$

donc $\vec{v} \begin{vmatrix} v_{0x} \\ -\frac{gx}{v_{0x}} + v_{0x}\tan\varphi_0 \end{vmatrix}$

appliqué au point I : $w_{Ix} = v_{0x}$
$w_{Iy} = -\frac{g\,d}{v_{0x}} + v_{0x}\tan\varphi_0$ A.N. $\boxed{\begin{matrix} w_{Ix} = 2{,}71 \text{ m.s}^{-1} \\ w_{Iy} = -8{,}14 \text{ m.s}^{-1} \end{matrix}}$

(-8,13659)

2 - a) bilan des forces : poids $\vec{P} = M\vec{g}$
poussée d'Archimède $\vec{A} = -M_L\vec{g}$, M_L étant la masse d'eau déplacée par le plongeur. La densité de ce dernier valant 1, $M_L = M$ et $\vec{A} = -M\vec{g}$
force de frottements $\begin{cases} v \neq 0 & \vec{f} = -13{,}5\,M\frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} \\ v = 0 & \vec{f} = \vec{0} \end{cases}$

RFDP $M\vec{a} = \Sigma\vec{f} = \underbrace{\vec{P} + \vec{A}}_{\vec{0}} + \vec{f} = -13{,}5\,M\frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$

$\Rightarrow \quad \vec{a} = -13{,}5 \dfrac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} \quad \Rightarrow \vec{a} \parallel \vec{v}$: l'accélération étant tangentielle

$\boxed{\text{la trajectoire est une droite}}$ dont la direction est donnée par $\vec{w_I}$

2-b) Projetons l'equa diff du mouvement sur la trajectoire :

$\|\vec{a}\| = \dfrac{d\|\vec{v}\|}{dt} = -13{,}5$ d'où $\|\vec{v}\| = -13{,}5t + \|\vec{w_I}\|$ L'origine des temps étant prise pour G en I

$\Rightarrow \quad IG = -\dfrac{13{,}5}{2}t^2 + \|\vec{w_I}\|\,t$

IG est maximum quand la vitesse s'annulle

cad quand $-13{,}5t + \|\vec{w_I}\| = 0$ cad $t = \dfrac{\|\vec{w_I}\|}{13{,}5}$

donc $IG_{max} = -\dfrac{13{,}5}{2}\dfrac{\|\vec{w_I}\|^2}{13{,}5^2} + \|\vec{w_I}\|\dfrac{\|\vec{w_I}\|}{13{,}5} = \dfrac{\|\vec{w_I}\|^2}{13{,}5}\left(-\dfrac{1}{2}+1\right)$

$IG_{max} = \dfrac{\|\vec{w_I}\|^2}{2\times 13{,}5} \Rightarrow \vec{IG}_{max} = \dfrac{\|\vec{w_I}\|^2}{2\times 13{,}5}\dfrac{\vec{w_I}}{\|\vec{w_I}\|} = \dfrac{\|\vec{w_I}\|\,\vec{w_I}}{2\times 13{,}5}$

d'où la profondeur maximum s'obtient en projetant sur Oy

$(IG_y)_{max} = \dfrac{\|\vec{w_I}\|\,w_{Iy}}{2\times 13{,}5}$ et la profondeur $p_{max} = -(IG_y)_{max}$

$p_{max} = -\dfrac{w_{Iy}\sqrt{w_{Ix}^2 + w_{Iy}^2}}{2\times 13{,}5}$ A.N. $\boxed{p_{max} = 2{,}5 \text{ m}}$

(2,49241)

PARTIE ENERGETIQUE / ELECTRICITE

1) La quantité de chaleur échangée par l'eau s'exprime par

$Q = \Delta H = m_e \, c \, \Delta T$ m_e étant la masse d'eau et c sa capacité thermique massique.

$Q = \rho_e V_e \, c \, \Delta T$ ρ_e = masse volumique de l'eau, V_e = son volume

$V_e = 25 \times 12 \times 3 = 900 \ m^3$

donc $Q = 1000 \times 900 \times 4180 \times 10 = 37620 \ MW$

Si l'eau reçoit une puissance $\mathcal{P}_e = 200 \ kW$ (rdt 100%)

alors $Q = \mathcal{P}_e t$ et $t = \frac{Q}{\mathcal{P}_e} = \frac{37620.10^6}{200.10^3} = 188100 \ s = 52{,}25 \ h$

d'où $\boxed{t = 52 \ h \ 15 \ min}$

2) La quantité de chaleur reçue par l'eau en 24 h est

$Q = \mathcal{P}_e \times t = 200.10^3 \times 24 \times 3600 = 17280 \ MW$

Le rendement étant $\eta = 0{,}8$, on a $Q = \eta Q_c$, Q_c étant la chaleur produite par la combustion ($Q_c = m K_m$)

$\Rightarrow Q = \eta m K_m = \eta \rho V K_m$ (m = masse de fioul, V = volume)

d'où $V = \frac{Q}{\eta \rho K_m} = \frac{17280.10^6}{0{,}8 \times 833 \times 42.10^6} = 0{,}61739 \ m^3$

$\boxed{V = 617 \ l}$

3) La puissance à fournir par la chaudière doit être égale au flux thermique Φ entre l'eau de la piscine et son environnement.

$\mathcal{P} = \Phi = \Phi_C + \Phi_{CV} + \Phi_R$ avec

$\Phi_C = K . S_{lat} . \Delta T$ $S_{lat} = 2 \times (25 + 12) \times 3 = 222 \ m^2$

$= 3{,}5 \times 222 \times (24 - 12) = 9324 \ W$

$\Phi_{CV} = h_{CV} \, S_{libre} \, \Delta T$ $S_{libre} = 25 \times 12 = 300 \ m^2$

$= 3 \times 300 \times (24 - 20) = 3600 \ W$

$\Phi_R = h_R \, S_{libre} \, \Delta T = 5{,}5 \times 300 \times (24 - 14) = 16500 \ W$

$\Rightarrow \Phi = 29424 \ W$ $\boxed{\mathcal{P} \approx 29{,}4 \ kW}$

4) La puissance supplémentaire $\mathcal{P}_v$ doit compenser la chaleur L_v perdue par évaporation : $\mathcal{P}_v = \frac{L_v}{t} = \frac{m\,\ell_v}{t} = q_m \cdot \ell_v$,

q_m étant le débit massique d'eau quittant la piscine.

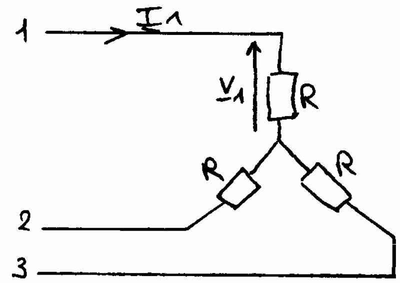
On donne $\frac{m}{t \cdot S_{libre}} = 0{,}11\ kg.h^{-1}.m^{-2}$

d'où $q_m = 0{,}11 \times 300 = 33\ kg.h^{-1} = \frac{33}{3600}\ kg.s^{-1}$

donc $\mathcal{P}_v = \frac{33 \times 2{,}44.10^6}{3600} = 22\,367\ W$ $\boxed{\mathcal{P}_v \approx 22{,}4\ kW}$

5)

a)



$\mathcal{P} = 3\,V I \cos\varphi = 3\,V I$

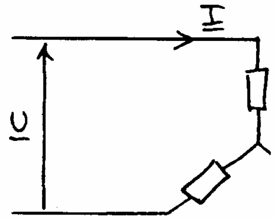
$V = R I$

$\Rightarrow \mathcal{P} = \frac{3V^2}{R}$

d'où $\boxed{R = \frac{3V^2}{\mathcal{P}} \quad R = 0{,}726\,\Omega}$

A.N. $R = \frac{3 \times 220^2}{200.10^3}$

b)



Il reste un montage en série

avec $U = 380V$

$\boxed{\mathcal{P}' = \frac{U^2}{2R} \quad \mathcal{P}' = 99\ kW}$ $= \frac{380^2}{2 \times 0{,}726} = 99449$