Extrait de la partie thermodynamique-dynamique IT 2003

A – Dans une carabine à air comprimé, unemasse d'air, (que l'on considérera comme un gaz parfait) de rapport de chaleurs massiques à pression et volume constant $\gamma = 1,4$, occupe un volume $V_0 = 5\ cm^3$, sous la pression $P_0 = 10^6\ Pa$ et à la température $t_0 = 15°C$. Cette masse d'air se détend adiabatiquement dans le canon de longueur $l = 1m$ et de section $s = 0,25\ cm^2$, en propulsant le projectile de masse $m = 1g$, dans l'atmosphère.
Note : les indications de corrections de l'épreuve suggèrent que la détente peut être considérée comme quasistatique, ce qui n'était pas précisé dans l'énoncé (!).

1) Calculer la pression P_1 de la masse d'air à la fin de la détente.
2) Calculer la température T_1 (relativement basse) de la masse d'air à la fin de la détente.
3) Calculer le travail W fourni par la masse d'air au cours de cette détente.
4) En supposant que le travail W est intégralement cédé à la balle pour la propulser, quelle est le module v de la vitesse du projectile à la sortie du canon ?

B – En réalité, le module de la vitesse $\overrightarrow{v_0}$ à la sortie du canon n'est que de $90\ m/s$.
suite = mécanique

CORRIGÉ :

1) Transformation adiabatique quasistatique d'un gaz parfait ⇒ on utilise la loi de Laplace :

$$p_0 V_0^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma} \iff p_1 = p_0 \left(\frac{V_0}{ls}\right)^{\gamma} = 10^6 \left(\frac{5}{100 \times 0{,}25}\right)^{1{,}4} = 1{,}05061.10^5$$

Donc $\boxed{p_1 \approx 1{,}05.10^5 \ Pa}$

2) $p_0 V_0 = nRT_0$ et $p_1 V_1 = nRT_1$

On en déduit que $T_1 = T_0 \dfrac{p_1 V_1}{p_0 V_0} = (15 + 273) \times \dfrac{1{,}0506.10^5 \times 100 \times 0{,}25}{10^6 \times 5} = 151{,}29$

Ainsi, $\boxed{T_1 \approx 151 \ K \approx -122°C}$

3) Q = 0 ⇔

$$W = \Delta \mathcal{U} = C_V \Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_0) = \frac{p_0 V_0}{T_0(\gamma - 1)}(T_1 - T_0) = \frac{10.10^5 \times 5.10^{-6}}{288 \times 0{,}4}(-122 - 15) = -5{,}94618$$

D'où $\boxed{W \approx -5{,}95 \ J}$ (-5,934 avec 273,15 pour le passage K ↔ °C)

4) $\Delta \mathcal{E}c = \Sigma W$ donc ici $\dfrac{1}{2} m v^2 = |W| = -W$

Soit $v = \sqrt{\dfrac{2|W|}{m}} = \sqrt{\dfrac{2 \times 5{,}9462}{10^{-3}}} = 109{,}05$

On retiendra $\boxed{v \approx 109 \ m.s^{-1}}$