CONCOURS INTERNE D'INGENIEUR SUBDIVISIONNAIRE
1992
PHYSIQUE APPLIQUEE

Durée : 3 heures

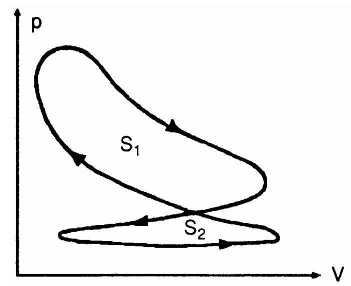
Barème :

Hydraulique / RDM	9 points
Dynamique / Energétique	6 points
Electricité	5 points

PARTIE DYNAMIQUE et ENERGETIQUE

1) Une automobile de masse 1 000 kg (incluant le conducteur et les passagers éventuels) se déplace sur une route. On admettra que l'ensemble des résistances au déplacement peut être résumé en une force unique constante $\vec{f}$ opposée au mouvement et d'intensité f = 100 N. On prendra pour valeur de l'accélération de la pesanteur g = 9,81 m.s^{-2}.
a) La route est rectiligne et horizontale. Initialement à l'arrêt, l'automobile démarre et atteint au bout de 100 m une vitesse de 50 km/h. En admettant que le mouvement de l'automobile est uniformément accéléré, quelle est la force motrice appliquée à l'automobile et l'accélération de celle-ci ?
b) L'automobile aborde à vitesse constante de 50 km/h un virage circulaire de rayon R = 200 m. Pour éviter les dérapages, le virage est relevé. Déterminer le relèvement optimal que l'on exprimera par la valeur de l'angle de la route par rapport au plan horizontal.
c) A la vitesse de 50 km/h, l'automobile aborde, moteur coupé, une côte rectiligne de pente constante. L'automobile s'arrête d'elle-même au bout de 300 m à compter du début de la côte. Quelle est la pente de la route, exprimée en pourcentage de dénivellation par rapport à la distance parcourue ?

2) Le moteur de l'automobile comporte 4 cylindres identiques et le rendement est de 0,3. A 100 km/h l'arbre tourne à raison de 3 000 tours/min. Une étude en laboratoire a permis d'établir le diagramme p,V du cycle d'un cylindre. Ce diagramme comporte deux aires S_1 = 20 cm² et S_2 = 5 cm² (1 cm sur l'axe p correspond à 400 000 Pa, 1 cm sur l'axe V correspond à 50 cm^3). on rappelle que le cycle d'un moteur à quatre temps correspond à 2 tours de l'arbre.



a) Déterminer le travail fourni par un cylindre au cours d'un cycle.
b) En déduire la puissance fournie par le moteur.
c) Le pouvoir calorifique de l'essence est de 46 MJ par litre. Déterminer la consommation d'essence aux 100 km.

PARTIE ELECTRICITE

Une ligne (*triphasée)* de capacité négligeable alimente un récepteur dont le courant par rapport à la tension entre ses bornes, est déphasé en retard d'un angle Φ tel que $\cos \Phi = 0,8$. Le récepteur absorbe une puissance active de 432 kilowatts lorsque la tension à ses bornes est égale à $U = 30\ 000$ volts *(entre phases)*, la fréquence étant de 50 hertz

1) La résistance totale de chaque conducteur de la ligne est égale à $r = 67,2\ \Omega$. En supposant que l'inductance de la ligne est négligeable, quelle tension U_0 faut-il fournir au départ de la ligne pour que le récepteur dispose de 30 000 volts à ses bornes ?

2) En fait, l'inductance de chaque conducteur de la ligne est égale à $L = 58,57$ mH. Quelle tension U_1 faut-il appliquer au départ de la ligne pour que le récepteur dispose de 30 000 volts à ses bornes ?

3) On décide d'installer un condensateur en série sur chaque conducteur de la ligne pour que la tension à appliquer au départ de la ligne soit égale à celle du fonctionnement normal du récepteur, soit 30 000 volts.
Calculer les valeurs des capacités qui conviennent.

CORRECTION :
PARTIE DYNAMIQUE et ENERGETIQUE :

1) a) système = automobile
référentiel d'étude = ref terrestre $\mathcal{R}$, supposé galiléen
bilan des forces :
- poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- réaction normale de la route : $\vec{\rho}$
- résistance au mvt : $\vec{f}$
- force motrice $\vec{F}$

* mvt rectiligne uniformément accéléré. soit Ox l'axe de la route

A $t=0$ $x=0$ $v=0$

A $t=t_f$ $x=x_f=100\,m$ $v=v_f=50\,km.h^{-1} = 13,889\,m.s^{-1}$

$a = \frac{dv}{dt} = cste = \frac{v_f}{t_f}$ t_f ?

$v = at = \frac{v_f}{t_f}t$ $x=\int v\,dt = \frac{v_f}{2t_f}t^2$

$x_f = \frac{v_f t_f}{2}$

d'où $t_f = \frac{2x_f}{v_f}$ et $\boxed{a = \frac{v_f^2}{2x_f}} = 0,964506$

$\boxed{a = 0,96\,m.s^{-2}}$

* thm de la résultante cinétique

$m\vec{a}(G) = \Sigma \overrightarrow{f_{ext}}$

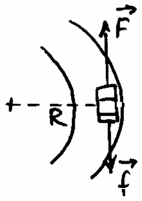
$m\vec{a} = \underbrace{\vec{P}+\vec{\rho}}_{\vec{0}} + \vec{F} + \vec{f}$

proj/Ox $ma = F - f$ $\boxed{F = ma + f}$

$= 1000 \times 0,9645 + 100 = 1064,5062$

$\boxed{F = 1065\,N}$

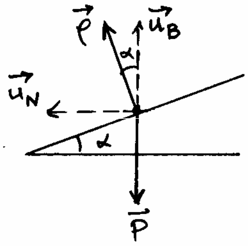
b) Nous étudions le mouvement de l'automobile dans le référentiel terrestre, supposé galiléen.



On souhaite que le mvt de l'automobile soit un mvt circulaire uniforme de rayon R, à la vitesse $v = 50\ km.h^{-1}$ (Relèvement optimal)

$\vec a = \frac{v^2}{R}\vec{u_N}$ (rep. de Frénet, $\vec{u_N}$ dirigé vers l'intérieur)

Les forces subies par le système sont : son poids $\vec P$, la réaction $\vec \rho$ de la route, les 2 forces $\vec F$ et $\vec f$.



d'où $\sum \vec f_{ext} = \vec P + \vec\rho + \vec F + \vec f = m\vec a$

proj sur $\vec{u_T}, \vec{u_N}, \vec{u_B}$

$/\vec{u_T}$: $F - f = 0$

$/\vec{u_N}$: $\rho \sin\alpha = \frac{mv^2}{R}$ (1)

$/\vec{u_B}$: $\rho\cos\alpha - mg = 0$ (2)

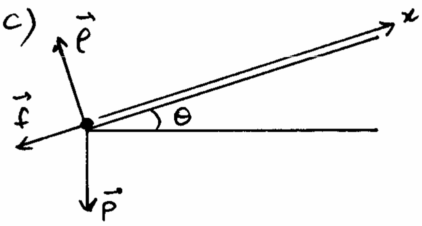
(2) $\Rightarrow$ $\rho = \frac{mg}{\cos\alpha}$ (1) $\Rightarrow$ $mg\tan\alpha = \frac{mv^2}{R}$

$\tan\alpha = \frac{v^2}{Rg}$

$$\boxed{\alpha = \arctan\frac{v^2}{Rg} \qquad \alpha = 5,6°}$$

A.N. $\alpha = \arctan\frac{13,889^2}{200\times 9,81} = 5,615° = 9,8004\ rad$

c)



référentiel d'étude : terrestre, supposé galiléen

forces : $\vec\rho$, $\vec P$, $\vec f$ ($\vec F = \vec 0$, moteur coupé)

$$\begin{cases} A\ t=0 & x=0 & v = v_i = 50\ km.h^{-1} \\ A\ t=t_f & x=L & v=0 \end{cases}$$

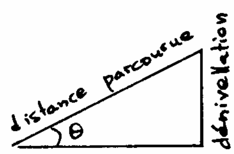
Appliquons le thm de l'énergie cinétique

$\Delta E_c(0\to L) = -\frac{1}{2}m v_i^2$

$\sum W(0\to L) = W(\vec P) + W(\vec f)$ $W(\vec\rho) = 0$

$W(\vec f) = -fL$ $W(\vec P) = -mgL\sin\theta$

d'où $-\frac{1}{2}m v_i^2 = -fL - mgL\sin\theta$

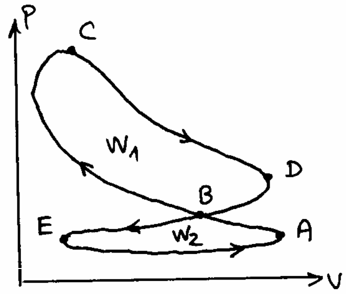


$$\boxed{\sin\theta = \frac{1}{g}\left(\frac{v_i^2}{2L} - \frac{f}{m}\right)}$$

A.N. $\sin\theta = 2,2579.10^{-2}$ $\boxed{\sin\theta = 2,3\%}$

2)

a)



$|W|$?

On peut décomposer le cycle ABCDBEA en deux

- ABEA parcouru dans le sens récepteur
- BCDB parcouru dans le sens moteur

ABEA $\Rightarrow W_2 > 0$ BCDB $\Rightarrow W_1 < 0$

W_1 ? On mesure $S_1 = 20 \text{ cm}^2$; sachant que 1 cm en ordonnée $\hat{=}$ 400 000 Pa et 1 cm en abcisse $\hat{=}$ $50 \text{ cm}^3 = 50.10^{-6} \text{ m}^3$,

on a $1 \text{ cm}^2 \hat{=} 400\,000 \times 50.10^{-6} = 20 \text{ J}$

d'où $S_1 \hat{=} 20 \times 20 = 400 \text{ J}$ donc $W_1 = -400 \text{ J}$

de même $S_2 = 5 \text{ cm}^2 \hat{=} 5 \times 20 = 100 \text{ J} \Rightarrow W_2 = 100 \text{ J}$

donc $W = -300 \text{ J}$ < 0 car cédé

Le travail fourni vaut donc $\boxed{|W| = 300 \text{ J}}$ pour 1 cycle et 1 cylindre

b) $\mathcal{P} = \dfrac{|W| \times 4}{t}$ avec t = temps mis pour parcourir 1 cycle, soit 2 tours $\Rightarrow t = \dfrac{2}{N}$ avec $N = 3000 \text{ tr.min}^{-1}$ $= 50 \text{ tr.s}^{-1}$

finalement, $\boxed{\mathcal{P} = \dfrac{4|W|N}{2}} = \boxed{2|W|N} = 2 \times 300 \times 50$

$\boxed{\mathcal{P} = 30\,000 \text{ W} = 30 \text{ kW}}$

c) $K_V = 46 \text{ MJ.}\ell^{-1} = \dfrac{Q_{ch}}{V}$ ← ?

$\eta = 0,3 = \dfrac{4|W|}{Q_{ch}} = \dfrac{\mathcal{P}\, t}{K_V\, V}$

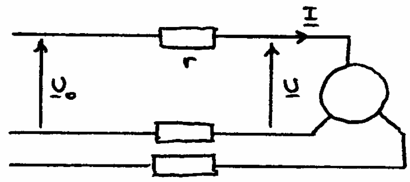
$\Rightarrow V = \dfrac{\mathcal{P}\, t}{K_V\, \eta}$

t ? Pour 100 km parcourus à 100 km.h^{-1}, $t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$

$\rightarrow V = \dfrac{3.10^4 \times 3600}{46.10^6 \times 0,3} = 7,8261 \ \ell$ $\boxed{V = 7,83 \ \ell \text{ pour } 100 \text{ km}}$

PARTIE ELECTRICITE :

1)



$r = 67,2\ \Omega$ $\cos\Phi = 0,8$

Appliquons le thm de Boucherot

puissances active et réactive { produites par la source ↓ = consommées par le récepteur ↓ + dissipées dans la ligne ↓

$$\begin{cases} \mathcal{P}_o = \mathcal{P} + \mathcal{P}_\ell \\ Q_o = Q + Q_\ell \end{cases}$$

On a $\mathcal{P} = 432\,000$ W

$Q = \mathcal{P}\tan\Phi = 324\,000$ VAR

$\mathcal{P}_\ell = 3rI^2$ avec I tq $\mathcal{P} = UI\sqrt{3}\cos\Phi$

cad $I = \dfrac{\mathcal{P}}{U\sqrt{3}\cos\Phi} = 10,39$ A

$\mathcal{P}_\ell = 21\,772,8$ W

$Q_\ell = 0$

d'où $\mathcal{P}_o = 453\,772,8$ W

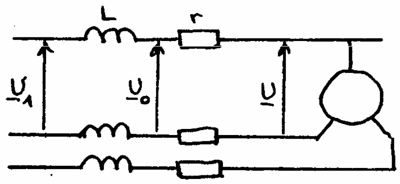
$Q_o = 324\,000$ VAR

Or $S_o = \sqrt{\mathcal{P}_o^2 + Q_o^2} = 557\,571,3$ VA

et $S_o = U_o I\sqrt{3} \Rightarrow U_o = \dfrac{S}{I\sqrt{3}} = 30\,976,18$ V

donc $\boxed{U_o = 30976\ \text{V}}$

2)



$L = 58,57$ mH . La puissance réactive dissipée dans la ligne est alors $\neq 0$.

$Q_\ell = 3L\omega I^2 = 5961,7$ VAR

d'où $Q_1 = Q + Q_\ell = 329\,961,7$ VAR (avec des notations évidentes)

Or $S_1 = \sqrt{\mathcal{P}_o^2 + Q_1^2} = 561\,056,57$ VA

donc $U_1 = \dfrac{S_1}{I\sqrt{3}} = 31\,169,81$ V

$\boxed{U_1 = 31170\ \text{V}}$

3) on ajoute C

$$\Rightarrow \quad Q_\ell = 3L\omega I^2 - \frac{3I^2}{C\omega}$$

d'où la nouvelle puissance réactive produite :

$$Q_2 = Q + Q_\ell = Q_1 - \frac{3I^2}{C\omega}$$

Or $\quad S_2 = \sqrt{P_o^2 + Q_2^2} = U_2 I \sqrt{3} \quad$ avec $\quad U_2 = U$

donc $\quad S_2 = 540\,000 \text{ VA}$

on déduit C de Q_2 : $\quad Q_2^2 = S_2^2 - P_o^2$

$$\Rightarrow Q_2 = \pm\sqrt{S_2^2 - P_2^2} = Q_1 - \frac{3I^2}{C\omega}$$

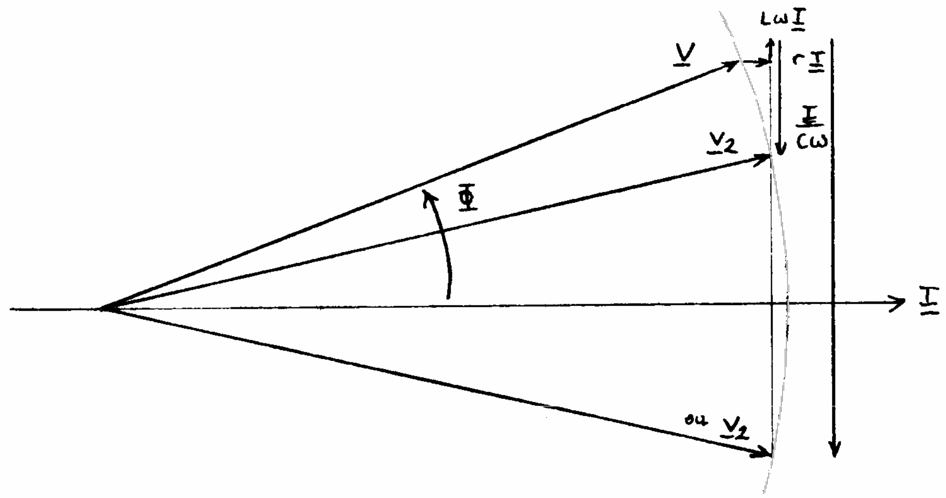
d'où $$C = \frac{3I^2}{\omega\left(Q_1 \mp \sqrt{S_2^2 - P_o^2}\right)}$$

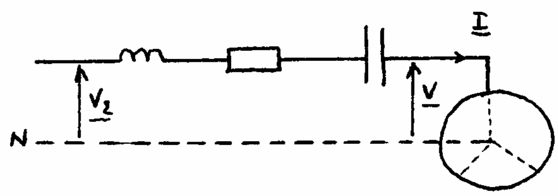
A.N. $\quad C = 2,76994 \cdot 10^{-5}$ F ou $1,65624 \cdot 10^{-6}$ F

$$\boxed{C = 27,7\ \mu F \quad \text{ou} \quad 1,66\ \mu F}$$

<u>Remarque</u> : construction de Fresnel : en raisonnant sur 1 phase, avec V

(il est impossible de faire un schéma à l'échelle)





$(\Phi = \varphi_{VI})$