

1. ATS 2016

51) En résumé, la méthode des rectangles consiste à faire l'approximation :

$$\int f(x) dx \approx \sum_i f(x_i) \Delta x$$

D'après la procédure indiquée, l'intégrale S se calcule en ajoutant des termes de la forme

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \times (x_2 - x_1) ; f(x) \text{ est donc bien la fonction à intégrer,}$$

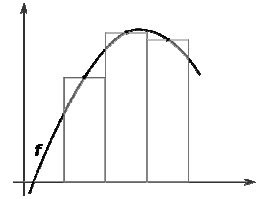


illustration succincte

l'intervalle $[x_1, x_2]$ variant entre $\left[a, a + \frac{b-a}{n}\right]$, pour $i = 1$, et $\left[a + (n-1)\frac{(b-a)}{n}, b\right]$, pour $i = n - 1$.

Sachant que $\Delta V = U_{AT} = \int_A^T \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{R+z_0}^R -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot dr = \int_{r=R}^{r=R+z_0} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot dr$

on obtient par identification $\Delta V = \int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$ avec

$$a = R ; b = R + z_0 ; f(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

2. ATS 2017

8. La dérivée partielle $\frac{\partial V(y, z)}{\partial z}$ est associée à la quantité $\frac{V_{i,j+1} - V_{i,j}}{\Delta z}$:

$$\frac{\partial V(y, z)}{\partial z} \approx \frac{V_{i,j+1} - V_{i,j}}{\Delta z}$$

Remarque : $\Delta y = \Delta z = 1 \text{ mm}$ représente le pas de discrétisation de la méthode d'Euler, c'est ici un pas spatial, dans les deux directions y et z.

9. La dérivée seconde correspondant à la variation de la dérivée première $\frac{\partial^2 V(y, z)}{\partial z^2} \approx \frac{\frac{V_{i,j+1} - V_{i,j}}{\Delta z} - \frac{V_{i,j} - V_{i,j-1}}{\Delta z}}{\Delta z}$

$\Rightarrow \frac{\partial^2 V(y, z)}{\partial z^2} \approx \frac{V_{i,j+1} - V_{i,j} - V_{i,j} + V_{i,j-1}}{\Delta z^2}$, soit

$$\frac{\partial^2 V(y, z)}{\partial z^2} \approx \frac{V_{i,j+1} - 2V_{i,j} + V_{i,j-1}}{\Delta z^2}$$

10. $V_{i,j}$ représente $V(y, z)$, qui satisfait l'équation de Laplace $\frac{\partial^2 V(y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V(y, z)}{\partial z^2} = 0$

Par analogie avec le résultat précédent, on peut écrire que $\frac{\partial^2 V(y, z)}{\partial y^2} \approx \frac{V_{i+1,j} - 2V_{i,j} + V_{i-1,j}}{\Delta y^2}$

L'équation de Laplace correspond donc à $\frac{V_{i+1,j} - 2V_{i,j} + V_{i-1,j}}{\Delta y^2} + \frac{V_{i,j+1} - 2V_{i,j} + V_{i,j-1}}{\Delta z^2} = 0$, avec, rappelons-le, $\Delta y = \Delta z$

On a donc $V_{i+1,j} - 2V_{i,j} + V_{i-1,j} + V_{i,j+1} - 2V_{i,j} + V_{i,j-1} = 0$ d'où

$$V_{i,j} = \frac{V_{i+1,j} + V_{i-1,j} + V_{i,j+1} + V_{i,j-1}}{4}$$

3. ATS 2018

48) Il s'agit de transposer sans trop se poser de questions le script fourni.

```

1 | function y=f(Z)
2 |     y=Z/(1+Z^2)^4
3 | endfunction
4 | Z=linspace(0,2,100)
5 | plot(Z,f)
6 | xlabel("Z"); ylabel("Z/(1+Z^2)^4")
    
```

4. ATS 2019

- 14) Pour obtenir le tracé de $U_p(t)$, il suffit de modifier une ligne dans la boucle définissant la deuxième fonction :
on remplace

```
L($+1)=i(t)
par
L($+1)=R*i(t)
```

Pour modifier le nom du graphique ainsi que l'étiquette des ordonnées, on remplace, dans la section "tracé"

```
ylabel("i(A)")
title("i(t)")
par
ylabel("Up(V)")
title("Up(t)")
```

Remarque : on constate qu'il n'est pas nécessaire de comprendre le détail de ce programme pour répondre à la question.

Remarque 2 : si on se contente d'ajouter des lignes, comme suggéré par l'énoncé d'origine, on superpose les deux graphiques.

5. ATS 2020

21)

```
function tab_Ttheo = Temp(t,k)
    tab_Ttheo = 30*(1-exp(-k.*t));
endfunction
```

22)

```
function e = erreur(k)
    e = sum((tab_T - Temp(tab_temps,k))^2);
endfunction
```

23)

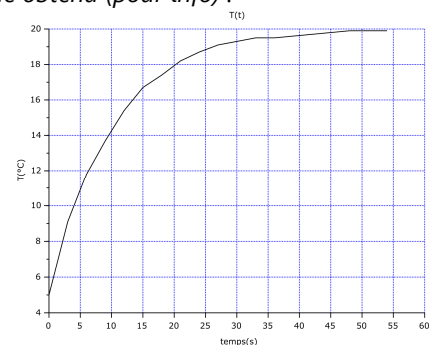
```
k = linspace(0.0001,0.01,100)';
tab_e = [ ]
for i=1:size(k,1)
    tab_e(i) = erreur(k(i));
end
```

6. ATS 2021

- 19) Voici un exemple de code Scilab (avec options)

```
M=csvRead("mesures.csv");
// construction des tableaux demandés
t = M(:,1);
T = M(:,2);
// affichage des tableaux demandés (facultatif)
disp("tableau des temps t d'acquisition",t)
disp("tableau des températures T",T)
// tracé
plot2d(t,T)
// grille (optionnel), titre et étiquette des axes
xgrid(2)
title("T(t)")
xlabel("temps (s)")
ylabel("T(°C)")
```

graphe obtenu (pour info) :



7. ATS 2022

33. On a $v = \frac{dz}{dt} \Rightarrow dz = v dt$. Donc $z(t + dt) = z(t) + dz = z(t) + v dt$.

C'est le principe de la méthode d'Euler, avec un pas noté dt , pour la fonction $z(t)$ liée à sa dérivée v .

Transposé en langage informatique dans une boucle, on obtient :

$$z(i+1) = z(i) + v(i) * dt$$

34. D'une manière analogue, on va lier la fonction $v(t)$ à sa dérivée \dot{v} : $v(t + dt) = v(t) + \dot{v} dt$, avec $\dot{v} = g - \frac{\alpha}{m} v^2$

On obtient donc :

$$v(i+1) = v(i) + (g - \alpha * v(i)^2 / m) * dt$$

8. ATS 2023

42 -

```
maxi = 0
imax = 0

for i=1:150
    if eta(i) >= maxi then
        maxi = eta(i) // permet de conserver la valeur maximale du rendement
        imax = i      // permet de conserver l'indice correspondant au rendement maximum
    end
end
```

43 -

```
disp(imax) // affichage dans la console
disp(maxi) // affichage dans la console

disp(p3(imax)) // affichage de la valeur de p3 correspondant au rendement maximum
disp(x4(imax)) // affichage de la valeur de x4 correspondant au rendement maximum
```